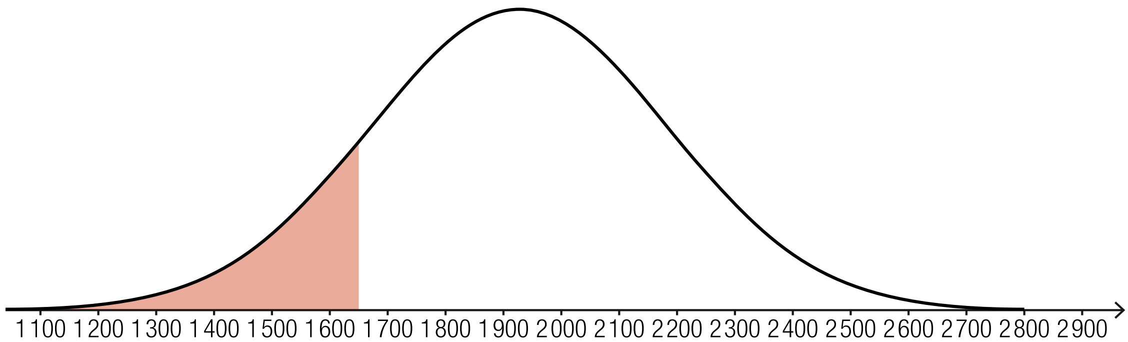
Freizeitparadies Schöckl

a) Die jährliche Sonnenscheindauer am Schöckl, dem Hausberg von Graz, ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1\,927$ Stunden pro Jahr und der Standardabweichung $\sigma = 258$ Stunden pro Jahr.

1) Ermitteln Sie dasjenige um den Erwartungswert symmetrische Intervall, in dem die jährliche Sonnenscheindauer mit 90%iger Wahrscheinlichkeit liegt.

2) Interpretieren Sie die in der nachstehenden Grafik gekennzeichnete Fläche unter dem Graphen der Dichtefunktion im gegebenen Sachzusammenhang.



b) Die Flughöhe eines bestimmten Paragleiters, der vom Schöckl startet, kann näherungsweise durch die Polynomfunktion H modelliert werden.

$$H(t) = -0{,}007254 \cdot t^4 + 0{,}5245 \cdot t^3 - 13{,}101 \cdot t^2 + 95{,}3 \cdot t + 1\,440 \quad \text{mit} \quad 2 \leq t \leq 20$$

t … Zeit in min mit $t = 0$ für den Zeitpunkt des Starts
$H(t)$ … Flughöhe zur Zeit t in m

1) Ermitteln Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem der Paragleiter am schnellsten an Höhe verliert.

c) An einem bestimmten Sommertag fahren sowohl Erwachsene als auch Kinder mit dem *Hexenexpress*, einer Rodelbahn am Schöckl.

a … Anzahl der verkauften Erwachsenentickets
b … Anzahl der verkauften Kindertickets
u … Preis für ein Erwachsenenticket in Euro
v … Preis für ein Kinderticket in Euro

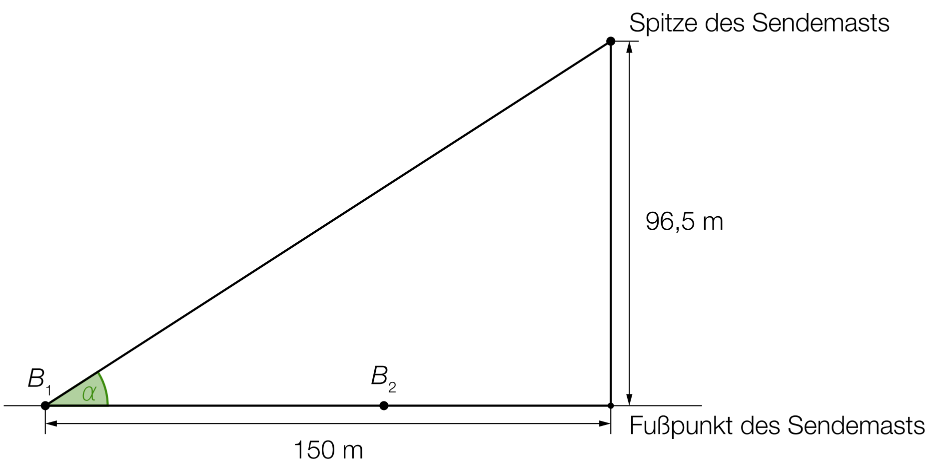
1) Interpretieren Sie den Ausdruck $\frac{b \cdot v}{a \cdot u + b \cdot v}$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Am darauffolgenden Tag fahren um 35 % mehr Kinder und um 10 % weniger Erwachsene mit dem Hexenexpress.

2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Gesamteinnahmen G dieses Tages auf.

G = ______________________________

d) Auf dem Plateau des Schöckls steht ein 96,5 m hoher Sendemast. Auf derselben Horizontalebene liegen auf einer Linie mit dem Fußpunkt des Sendemasts die zwei Beobachtungspunkte B_1 und B_2. Der Beobachtungspunkt B_1 liegt 150 m vom Fußpunkt des Sendemasts entfernt. Die Spitze des Sendemasts erscheint von B_1 unter dem Höhenwinkel α. B_2 liegt zwischen dem Fußpunkt des Sendemasts und B_1 (siehe nachstehende Abbildung).



1) Berechnen Sie die Entfernung vom Fußpunkt des Sendemasts, in der sich der Beobachtungspunkt B_2 befinden muss, damit die Spitze des Sendemasts von dort unter dem Winkel $2 \cdot \alpha$ erscheint.

Möglicher Lösungsweg

a1) Berechnung des symmetrischen Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad [1\,502{,}63;\ 2\,351{,}37]$
Die Sonnenscheindauer liegt mit 90%iger Wahrscheinlichkeit im Intervall [1 502,63; 2 351,37] Stunden.

a2) Die gekennzeichnete Fläche repräsentiert die Wahrscheinlichkeit, dass die jährliche Sonnenscheindauer höchstens 1 650 Stunden beträgt.

b1) $H''(t) = 0$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 13{,}00...$

Der Paragleiter verliert rund 13 min nach dem Start am schnellsten an Höhe.

c1) Der Ausdruck gibt den relativen Anteil der Einnahmen aus dem Verkauf von Kindertickets an den Tagesgesamteinnahmen aus dem Ticketverkauf an.

c2) $G = a \cdot 0{,}9 \cdot u + b \cdot 1{,}35 \cdot v$

d1) $\alpha = \arctan\left(\frac{96{,}5}{150}\right) = 32{,}75...°$

$$x = \frac{96{,}5}{\tan(2 \cdot 32{,}75...°)} = 43{,}959...$$

Der Beobachtungspunkt B_2 ist rund 43,96 m vom Fußpunkt des Sendemasts entfernt.